

ULAŞTIRMA MODELLERİ

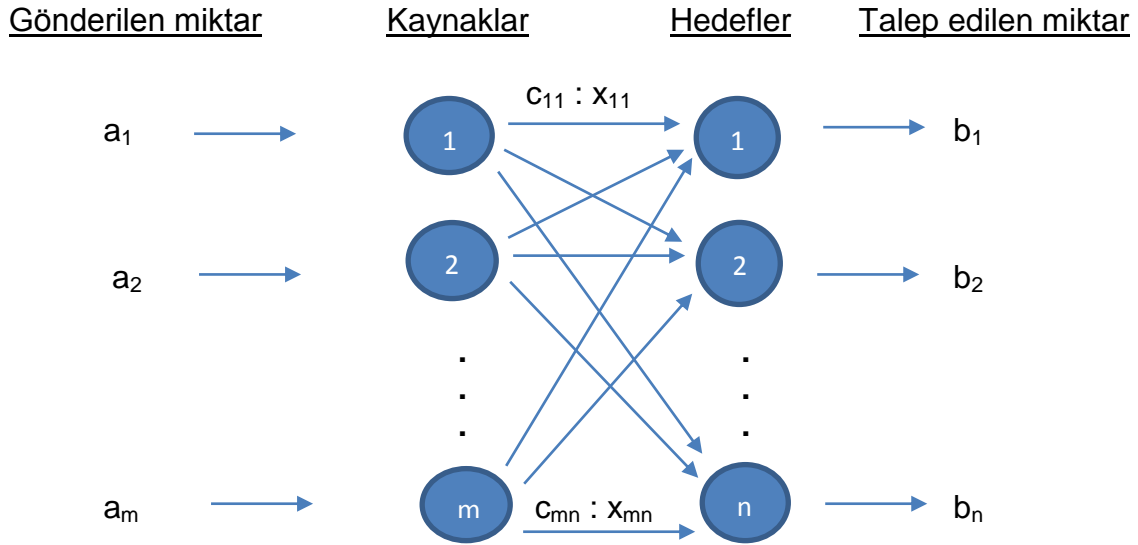
Ulaştırma modeli, Doğrusal Programlama modelinin özel bir şeklidir. Bu modelde, malların kaynaklardan (fabrika gibi) hedeflere (depo gibi) taşınmasıyla ilgilenilir.

Buradaki amaç; bir taraftan hedefin talep gereksinimleri ve kaynakların arz miktarlarında denge sağlarken, diğer taraftan da her bir kaynaktan her bir hedefe yapılan taşımaların toplam maliyetini minimum kılacak taşıma miktarını belirlemektir.

Modelde, verilen rota üzerindeki taşıma maliyetlerinin aynı rota üzerindeki taşıma miktarlarıyla doğru orantılı olduğu kabul edilmektedir.

Ulaştırma modeli, malların bir yerden bir yere taşınmasından başka stok kontrolü, işgücü programlama, personel atama gibi alanlarda da kullanılabilir. (Baray,Ş.A., Esnaf,Ş., 2007).

Problemin genel hali, aşağıdaki şekilde verilmiştir:



Her biri birer düğüm olarak gösterilen m kaynak ve n hedef vardır. Bağlantılar, kaynaklarla hedefler arasındaki rotaları belirten ifadelerdir.

(i, j) bağlantısı, i kaynağını j hedefine bağlarken

c_{ij} : birim taşıma maliyeti

x_{ij} : taşıma miktarı

olmak üzere iki tür bilgi içermektedir.

a_i : i kaynağının arz miktarı

b_j : j hedefinin talep ettiği miktar olsun.

Model aşağıdaki gibi formüle edilir:

$$\text{Min } Z : \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Kısıtlayıcılar:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, \dots, n) \quad \leftarrow \text{Talep kısıtları}$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = 1, \dots, m) \quad \leftarrow \text{Arz kısıtları}$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Dengelenmiş bir ulaştırma modelinde, $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ dir.

Modelin amacı; tüm arz ve talep kısıtlarını sağlayan, ayrıca toplam taşıma maliyetini minimum kılan x_{ij} miktarlarını belirlemektir.

Eğer problem, simpleks yöntem ile çözülecekse dengelemeye gerek yoktur. Kısıtlayıcılar, $\leq a_i$ ve $\geq b_j$ alınarak çözüm yapılır.

Ulaştırma modellerinin çözümünde simpleks yöntemden başka, aşağıdaki yöntemler de kullanılabilir.

- Kuzey-batı köşe yöntemi
- En küçük maliyet yöntemi
- Ceza maliyeti yöntemi

Örnek: FB Otomotiv'in Edirne, İzmir, Bursa'da üç fabrikası ve biri Malatya'da biri Diyarbakır'da olmaz üzere iki tane ana dağıtım deposu vardır. Önümüzdeki üç aylık dönemde fabrikaların kapasiteleri Edirne için 1000, İzmir için 1500, Bursa için de 1200 araba olarak belirlenmiştir. İki ana dağıtım merkezinin aynı üç aylık dönem için

talepleri ise, Malatya'da 2300, Diyarbakır'da 1400 arabadır. Fabrikalarla ana depolar arasındaki uzaklıklar Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Uzaklıklar

	Malatya	Diyarbakır
Edirne	1000	2690
İzmir	1250	1350
Bursa	1275	850

Arabaları taşıyan nakliye şirketi her araba için km. başına 0.08 pb almaktadır. Araba başına taşıma maliyetleri farklı güzergâhlar için en yakın tamsayıya yuvarlanarak Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Taşıma maliyetleri (pb)

	Malatya (1)	Diyarbakır (2)
Edirne (1)	80	215
İzmir (2)	100	108
Bursa (3)	102	68

Problemin doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi olur:

x_{ij} : *i. fabrikadan j. depoya taşınacak araba miktarı*

$$\text{Min } Z : 80 x_{11} + 215 x_{12} + 100 x_{21} + 108 x_{22} + 102 x_{31} + 68 x_{32}$$

Kısıtlayıcılar:

$$x_{11} + x_{12} = 1000$$

$$x_{21} + x_{22} = 1500$$

$$x_{31} + x_{32} = 1200$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 2300$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1400$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1,2,3, \quad j = 1,2$$

Doğrusal amaç fonksiyonu ve kısıtlara sahip olan bu problemi simpleks yöntemle çözmek mümkündür. (Dengeli olduğundan kısıtlar, = alındı)

Örnek: (Öztürk, A., 2009, s.450) AYKA işletmesinden aşağıdaki veriler alınmıştır.

Üretim merkezleri	Üretim miktarı	Tüketim merkezleri	Tüketim miktarı
F1	200	D1	250
F2	400	D2	200
F3	250	D3	350

Merkezler arasında birim taşıma maliyetleri:

	D1	D2	D3
F1	10	6	5
F2	7	8	8
F3	6	9	12

Üretim merkezlerinden tüketim merkezlerine gönderilecek malların taşıma maliyetinin toplamının en düşük olması istenmektedir.

Doğrusal programlama modelini kurup, çözüp, yorumlayınız.

Çözüm: Dengesiz ulaştırma problemidir.

x_{ij} : i . üretim merkezinden j . tüketim merkezine taşınacak mal miktarı

$$\text{Min } Z : 10 x_{11} + 6 x_{12} + 5x_{13} + 7 x_{21} + 8 x_{22} + 8x_{23} + 6 x_{31} + 9 x_{32} + 12x_{33}$$

Kısıtlayıcılar:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 200$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 400$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} \leq 250$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 250$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \geq 200$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \geq 350$$

$$x_{ij} \geq 0 , \quad i = 1,2,3 , \quad j = 1,2,3$$

(Excel QM Transportation)

Data				
COSTS	D 1	D 2	D 3	Supply
F 1	10	6	5	200
F 2	7	8	8	400
F 3	6	9	12	250
Demand	250	200	350	800 \ 850
Shipments	D 1	D 2	D 3	Row Total
F 1			200	200
F 2		200	150	350
F 3	250			250
Column Total	250	200	350	800 \ 800

Total Cost	5300
------------	------

F1'den D3'e 200 birim;

F2'den D2'ye 200 birim ve D3'e 150 birim;

F3'ten D1'e 200 birim

mal gönderildiğinde en düşük maliyet 5300 pb olur.

Örnek: (Öztürk, A., 2009, s.466)

Fabrikaların Üretim kapasiteleri	Pazar yerlerinin talepleri
F1 = 200	D1 = 250
F2 = 300	D2 = 100
F3 = 450	D3 = 225
	D4 = 325

Birim taşıma maliyetleri:

Üretim merkezleri	D1	D2	D3	D4
F1	15	18	12	13
F2	10	10	11	9
F3	8	5	7	8

Doğrusal programlama modelini kurup, çözüp, yorumlayınız.

Çözüm:

x_{ij} : *i. fabrikadan j. pazar yerine taşınacak mal miktarı*

$$\begin{aligned} \text{Min } Z : & 15x_{11} + 18x_{12} + 12x_{13} + 13x_{14} + 10x_{21} + 10x_{22} + 11x_{23} + 9x_{24} + 8x_{31} \\ & + 5x_{32} + 7x_{33} + 8x_{34} \end{aligned}$$

Kısıtlayıcılar:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 200$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 300$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 450$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 250$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \geq 100$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \geq 225$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} \geq 325$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1,2,3, \quad j = 1,2,3,4$$

(Excel QM Transportation)

Data					
COSTS	Dest 1	Dest 2	Dest 3	Dest 4	Supply
Origin 1	15	18	12	13	200
Origin 2	10	10	11	9	300
Origin 3	8	5	7	8	450
Demand	250	100	225	325	900 \ 950
Shipments	Dest 1	Dest 2	Dest 3	Dest 4	Row Total
Origin 1			125	25	150
Origin 2				300	300
Origin 3	250	100	100		450
Column Total	250	100	225	325	900 \ 900

Total Cost	7725
------------	------

F1'den D3'e 125 birim ve D4'e 25 birim;

F2'den D4'e 300 birim;

F3'ten D1'e 250 birim, D2'ye 100 birim ve D3'e 100 birim

mal gönderildiğinde en düşük maliyet 7725 pb olur.

KAYNAKLAR

Öztürk, A. (2009).)." Yöneylem Araştırması", Ekin Basın Yayın Dağıtım, Bursa.

Taha, A. Hamdy (2018)." Yöneylem Araştırması", Literatür yayınları, 6. Basımdan çeviri, Çeviren ve uyarlayanlar: Baray, Ş.A. ve Esnaf, Ş.